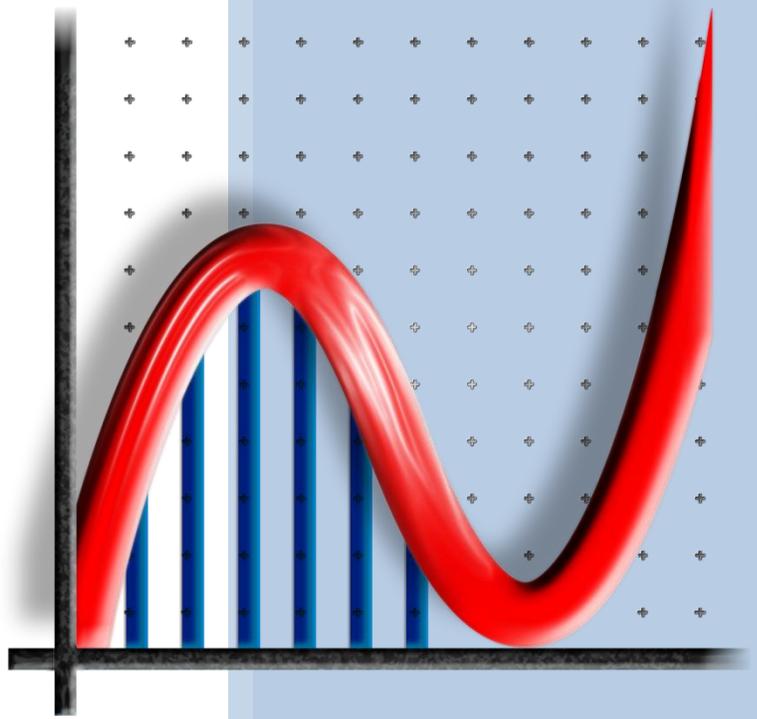


تدريبات على أوتوجراف

توضح التدريبات كيفية استخدام
برنامج أوتوجراف الرياضيات لإيصال
المفاهيم الرياضية في الفصول الدراسية.



سايمون وود هيد ، ألان كاتلي ، كرياج

بارتون ، دوغلاس باتلر

شركة Eastmond Publishing Ltd

صندوق بريد رقم: 46، Oundle، PE8 4EJ، UK

هاتف: +44 (0) 1832 273040

فاكس: +44 (0) 1832 273529

بريد إلكتروني: simon@autograph-



جدول المحتويات

م	الدرس	رقم الصفحة
البداية		
أ	جدول المحتويات	٢
١	دائرة أويلر ذات النقاط التسع	٤
٢	أفضل التدريبات	٧
٣	وضع السبورة الذكية ولوحة المفاتيح التي تظهر على الشاشة	٩
٤	تطبيق التكنولوجيا في الرياضيات للمرحلة الثانوية	١٢
الرسم البياني		
٥	المعادلات التربيعية	١٣
٦	البرمجة الخطية	١٦
٧	المعادلات التكعيبية	١٨
٨	التكرار	٢٠
٩	المعادلات البارامترية	٢٢
١٠	نظرية ذات الحدين	٢٤
١١	حساب المثلثات	٢٦
الهندسة		
١٢	القطاعات المخروطية	٢٩
١٣	المرآيا الصوتية	٣١
١٤	التحويلات الهندسية	٣٤
١٥	التحويلات في بيئة ثلاثية الأبعاد	٣٨
١٦	نظرية الزاوية المركزية	٤٠
١٧	المتجهات	٤٢
١٨	المستقيمات والمستويات من المتجهات	٤٤
١٩	إنشاء صفحة أوتوجراف ذات شبكة إحداثيات قطبية	٤٧



الإحصاء والاحتمالات	
٤٩	أوزان الأطفال ٢٠
٥١	مخططات الانتشار ٢١
٥٣	تقريب بواسون والتقريب الطبيعي لنظرية ذات الحدين ٢٢
٥٤	نظرية النهاية المركزية ٢٣
التفاضل والتكامل	
٥٥	مقدمة عن التفاضل ٢٤
٥٨	اشتقاق الدوال المثلثية ٢٥
٦٠	إيجاد المساحة تحت المنحنى ٢٦
٦١	إيجاد مساحة نصف حقل مربع لرعي الغنم ٢٧
٦٢	حجم الدوران ٢٨
٦٣	الدالة الأسية ٢٩
التطبيقات الميكانيكية	
٦٤	القذيفة البشرية ٣٠
٦٥	السرعة النهائية ٣١



دائرة أويلر ذات النقاط التسع

في هذا التدريب التمهيدي ، ستتعرف على قائمة تحديد العناصر والقائمة التي تظهر بالنقر فوق زر الماوس الأيمن اللتين يتم استخدامهما في معظم ملفات أوتوجراف .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد)



انتقل إلى (المحاور) وقم بإلغاء تفعيل (عرض مفتاح الرسم) .

اختر (وضع تساوي الأبعاد) .



اختر بلا محاور .



أدرج ثلاث نقاط في أي مكان .



حدد أي نقطتين ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن ثم اختر قطعة مستقيمة .



توجد ثلاث طرق لتحديد أكثر من عنصر :

1. اضغط على مفتاح Shift مع النقر فوق كل عنصر .
2. إذا كانت العناصر عبارة عن نقاط ، فانقر فوق مستطيل التحديد المحيط بها واسحبه .
3. استخدم  (وضع السبورة الذكية) الذي يتيح لك تحديد أكثر من عنصر دون الضغط على مفتاح Shift .

كرر الإجراء السابق لزوجي النقاط المتبقيين لإكمال المثلث .

حدد الخطوط الثلاثة واجعل لونها متماثلاً .



حدد أي نقطتين ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن وحدد (نقطة المنتصف) . كرر هذا الإجراء



للأزواج المتبقية .



حدد أي نقطة (رأس زاوية) والضلع المقابل لها في المثلث ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (خط عمودي) . يُطلق على هذا الخط "الارتفاع" . كرر هذا الإجراء لرؤوس الزوايا الأخرى .

حدد جميع الارتفاعات الثلاثة واجعل لونها متماثلاً .

في وضع إدراج نقط ، اضغط مع الاستمرار على مفتاح Ctrl وحرك المؤشر إلى نقطة تقاطع الارتفاع مع ضلع المثلث . وعند تغير المؤشر إلى شكل دائرة صغيرة ، انقر بزر الماوس الأيسر لإدراج نقطة بموضع التقاطع . كرر هذا الإجراء مع الارتفاعين الآخرين .

وبنفس الطريقة ، أدرج نقطة بموضع تقاطع الارتفاعات الثلاثة .

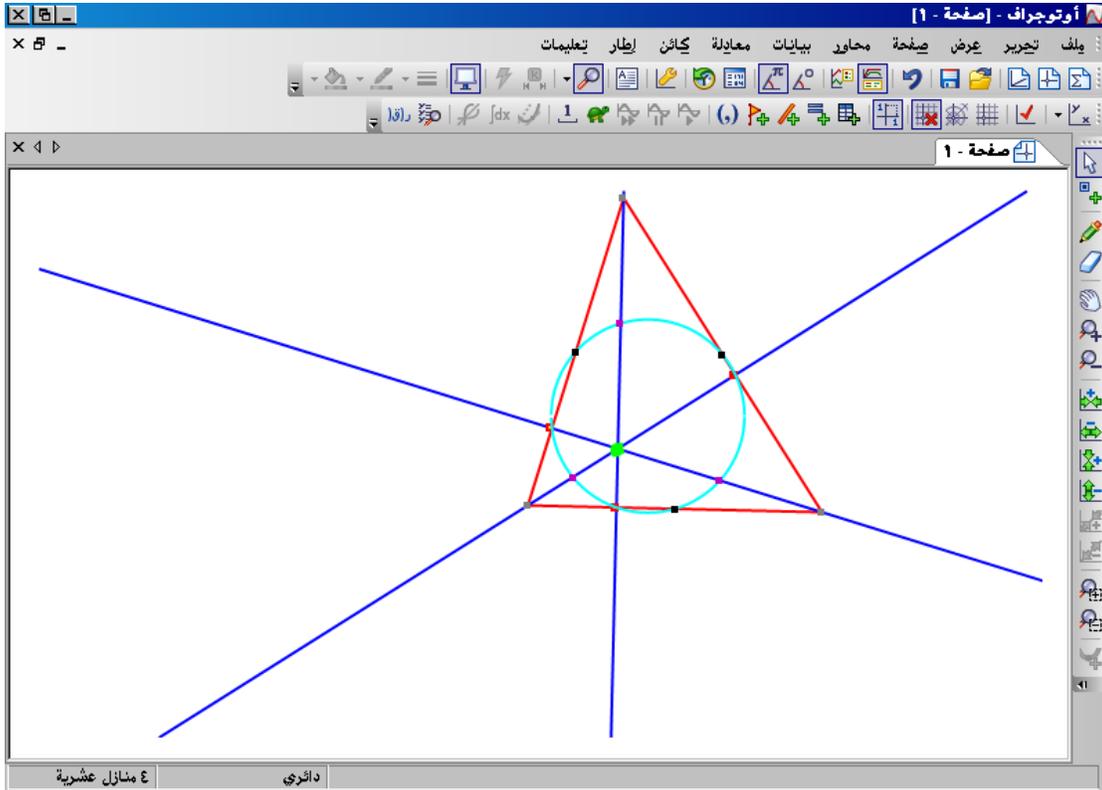
حدد موضع تقاطع الارتفاعات الثلاثة مع نقطة (رأس الزاوية) ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (نقطة المنتصف) . كرر هذا الإجراء لرؤوس الزاوية الآخرين .

النقاط التسع لدائرة أويلر :

- ١ . ثلاثة نقاط ، منتصف كل ضلع من أضلاع المثلث .
- ٢ . ثلاثة نقاط ، التقاء الارتفاعات بالأضلاع المقامة عليها .
- ٣ . ثلاثة نقاط ، منتصف كل قطعة مستقيمة واقعة على الارتفاع ، والواصلة بين رأس المثلث ونقطة التقاء ارتفاعات المثلث .

حدد أي ثلاث نقاط من هذه المجموعات ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (دائرة بـ ٣ نقاط) .

حدد أحد رؤوس زوايا المثلث وقم بتحريكه .





أفضل التدريبات

مثال لتدريب غير جيد

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) . 

أدخل المعادلة : $v = s(1 - s)$ 

في حالة إتباع هذه التعليمات ، فإن برنامج أوتوجراف سيرسم معادلة تربيعية مثالية . لكن بهذه الطريقة لم تكن لدى الطلاب الفرصة لتوقع موضع تقاطع المنحنى مع المحاور، وماذا سيحدث للمنحنى لقيم s الكبيرة الموجبة أو السالبة ، ومكان القيم العظمى والصغرى به ، والشكل العام للمنحنى ، إلخ . وعندما يُسألون في المستقبل عن شكل المنحنى $v = s(1 - s)$ ، فقد يحفظونه أو يعرفون كيفية إدخاله في برنامج أوتوجراف ، إلا أنهم ربما لا يفهمون لماذا يبدو المنحنى على هذا الشكل . وماذا ستكون إجابتهم عندما يُسألون عن شكل المنحنى $v = s(1 - s)$ ؟

قاعدة : الخطوات الثلاث

تتكون تدريبات برنامج أوتوجراف والتي تؤدي بأفضل الطرق من الخطوات الثلاث التالية :

أ التعرف على السؤال

ب توقع الإجابة

ت عرض الإجابة

يتميز برنامج أوتوجراف بميزتين فعاليتين وبسيطتين في الوقت نفسه وهما من أهم الخطوات ؛ هما (أداة القلم) و(العرض البطيء للرسم البياني) .

الإعداد

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) . 

انقر على (عرض بطيء للرسم البياني) . 



في وضع العرض البطئ للرسم البياني ، يتم الرسم ببطء من اليسار إلى اليمين ، ويمكن إيقاف الرسم مؤقتاً للسماح للطلاب بذكر توقعاتهم . سيظل وضع العرض البطئ للرسم البياني قيد التشغيل حتى يتم إيقاف تشغيله مرة أخرى . ولن تحتاج إلى تشغيله مرة أخرى كلما قمت بفتح صفحة جديدة .

أدخل المعادلة: $v = s(s - 1)$



انقر فوق (إيقاف مؤقت للرسم البياني) على الفور .



التوقع

يستطيع الطلاب استخدام أداة القلم لتحديد توقعاتهم .



يستطيع الطلاب استخدام أداة القلم لتحديد موضع النقاط التي سيتقاطع بها المنحنى مع المحاور ، وما يحدث للمنحنى عند قيم s الكبيرة الموجبة منها والسالبة ومكان القيم العظمى والقيم الصغرى للمنحنى والشكل العام للمنحنى ، إلخ .

العرض

انقر فوق (إيقاف مؤقت للرسم البياني) مرة أخرى . سيتم الرسم حينئذٍ ببطء من اليسار إلى اليمين مع افتراض المرور خلال النقاط التي قام الطلاب بتحديد استخدامها باستخدام أداة القلم .



حول تدريبات برنامج أوتوجراف

عندما ترى هذا الرمز، يجب أن تمنح الطلاب الفرصة لتوقع ما سيحدث قبل المتابعة .



إننا لم نقدم إرشادات تفصيلية لكل خطوة من خطوات التوقع لأننا نهدف إلى بقاء المادة التدريبية في هذه التدريبات موجزة .



وضع السبورة الذكية ولوحة المفاتيح التي تظهر على الشاشة

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .



أدخل المعادلة : $v = s^2$



لنفرض أنك الآن تريد استخدام برنامج أوتوجراف من وضع السبورة الذكية .

انتقل إلى (عرض) < (تفضيلات) < (السبورة الذكية) وتأكد أن جميع الخيارات مفعلة .



بالنقر على وضع السبورة الذكية .

عندئذٍ ، يجب ملاحظة أن الخطوط أصبحت أكثر سُمكاً وأن النصوص صارت أكبر حجماً ، إلى جانب ظهور لوحة مفاتيح برنامج أوتوجراف على الشاشة .



انقر فوق زر Text الموجود بلوحة مفاتيح أوتوجراف التي تظهر على الشاشة لإظهار المزيد من

المفاتيح .



استخدم لوحة مفاتيح أوتوجراف لإدخال المعادلة : $v = (s - a)^2 + b$



أدرج نقطة بالمنحنى $v = s^2$ ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (إنشاء متجه) . أدخل المتجه



انقر فوق زر Text الموجود بلوحة مفاتيح أوتوجراف التي تظهر على الشاشة للرجوع إلى أصغر



حجم للوحة مفاتيح أوتوجراف .

استخدم المفاتيح سهم لليمين وسهم لليسار في لوحة مفاتيح أوتوجراف التي تظهر على الشاشة لنقل



النقطة بامتداد منحنى المعادلة التربيعية .



في وضع السبورة الذكية ، لاختيار أكثر من عنصر يمكنك النقر فوق هذه العناصر تباعاً . يتعين عليك تذكر إلغاء تحديد الكل قبل بدء عملية تحديد أخرى . ويمكن إلغاء تحديد الكل بالنقر فوق مساحة فارغة من منطقة الرسم ، أو عن طريق النقر على مفتاح Esc الموجود بلوحة مفاتيح أوتوجراف التي تظهر على الشاشة .

انقر فوق مفتاح Esc الموجود بلوحة مفاتيح أوتوجراف التي تظهر على الشاشة لإلغاء تحديد الكل .

أدرج نقطة بالمنحنى $v = (s - 1)^2$ + ب عند $(2, 0)$ ونقطة بالمنحنى $v = s^2$ عند $(0, 0)$.



انقر فوق مساحة فارغة من منطقة الرسم لإلغاء تحديد الكل .

انقر فوق النقطة $(0, 0)$ والمنحنى $v = (s - 1)^2$ + ب بحيث يتم تحديد كليهما . ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (تحريك إلى التقاطع التالي) .



قم بإلغاء تحديد الكل .

حدد النقطة $(2, 0)$ والنقطة عند تقاطع المنحنيين التربيعيان ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (حساب المساحة) . ثم اختر (أشبه منحرفة) .



قم بإلغاء تحديد الكل .

حدد المساحة بين المنحنيين ، ثم انقر فوق (تحريك العنصر) . قم بزيادة عدد الأقسام إلى 50 .



حدد المساحة بين المنحنيين ، ثم انقر فوق مربع نص . استخدم لوحة مفاتيح أوتوجراف التي تظهر على الشاشة لتغيير الكلمة "مساحة" إلى "المساحة المحصورة بين منحنيين" .

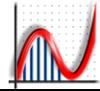


انقر الشكل الماسي الأصفر (تحريك كائن) بحيث يشير إلى المساحة بين المنحنيين .



استخدم أداة ضبط الثوابت لتغيير قيم "أ" و"ب" .





يمكن استخدام لوحة مفاتيح أوتوجراف التي تظهر على الشاشة لكتابة المعادلات الرياضية في تطبيقات أخرى، مثل البريد الإلكتروني .

افتح الـ Notepad .



استخدم لوحة مفاتيح أوتوجراف التي تظهر على الشاشة لكتابة ما يلي :



$$\sqrt{1+s^2} \text{ دس} = \text{جا}^{-1}(s) + \text{ث}$$

لن يتم عرض الرمز $\sqrt{\quad}$ بشكل صحيح لأنه ليس متوفراً في معظم أنواع الخطوط . انتقل إلى (تنسيق) < (الخط) ، ثم حدد Arial بالنسبة لخط برنامج أوتوجراف .

لقد تم تهيئة خط Arial خصيصاً لبرنامج أوتوجراف من أجل دعم بعض الرموز الرياضية التي لا تتوفر في الخطوط العادية .



تطبيق التكنولوجيا في الرياضيات للمرحلة الثانوية

المزيد من موارد أوتوجراف

www.tsm-resources.com/autograph

تفضل بزيارة صفحة تطبيق التكنولوجيا في الرياضيات للمرحلة الثانوية للموارد التي تتضمن ما يلي:

١. الصور
٢. البيانات
٣. أوتوجراف في التدريبات المتحركة
٤. أوراق العمل من كبير مدربي أوتوجراف "الآن كاتلي"
٥. المناهج الدراسية

ورشة عمل تطبيق التكنولوجيا في الرياضيات للمرحلة الثانوية (عام ٢٠١٠م)

www.tsm-resources.com/tsm-2010

إن ورشة عمل تطبيق التكنولوجيا في الرياضيات للمرحلة الثانوية التي تنعقد كل عام منذ ٨ سنوات تتيح الفرصة لعلمي الرياضيات لتعلم كيفية استخدام تطبيق أوتوجراف إلى جانب البرامج الأخرى في الفصول الدراسية . تستغرق ورشة العمل هذه ثلاثة أيام كاملة وتمنح المشاركين الوقت الكافي لتعلم تطبيق أوتوجراف بشكل يفي بمتطلباتهم . وبالنسبة لمن يرغب في تلقي المزيد ، فهناك فرصة للتأهل والحصول على شهادة كمدرّب معتمد من أوتوجراف .



المعادلات التربيعية

في هذا التدريب ، سنشرح كيفية إدخال المعادلات وكيفية القيام بالعرض البطيء للرسم البياني وكيفية استخدام أداة القلم وأداة ضبط الثوابت .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .

قم بتحرير المحاور - $12 \geq 12$ - و $6 \geq 6$.

اختر (وضع تساوي الأبعاد) .

قم بتشغيل العرض البطيء للرسم البياني .

أدخل المعادلة : $ص = أ س^2 + ب س + ج$
انقر فوق (ضبط الثوابت)

وقم بتعيين $أ = 1$ ، $ب = 1$ ، $ج = -2$ ،

بحيث تكون القيمة المبدئية لـ $ص = س^2 + س - 2$.

لإدخال $س^2$ ، اكتب $س س$ أو اضغط على Alt-2.

انقر فوق (إيقاف مؤقت للرسم البياني) على الفور .

استخدم أداة القلم لتحديد النقاط التي يمكن أن يتقاطع فيها المنحنى $ص = س^2 + س - 2$ مع المحاور وتحديد القيم العظمى أو الصغرى ، إلخ .

انقر فوق (إيقاف مؤقت للرسم البياني) مرة أخرى .

حدد المنحنى البياني ، ثم انقر على مربع نص و قم بتفعيل (عرض مفصل) .

أدخل المعادلة : $ص = ب / (أ س)$

استخدام ضبط الثوابت لتغيير قيم "أ" و"ب" و"ج" .



لاحظ العلاقة بين الخط العمودي ومنحنى المعادلة التربيعية .

يمكنك اختيار المتغير في ضبط الثوابت باستخدام القائمة المنسدلة . قم بتغيير قيمة المتغير باستخدام السهمين الأعلى والأسفل وقم بتغيير مقدار التغير باستخدام السهمين اليمين واليسار .

استنتج موضع الخط المستقيم $s = -b/a$ (١٢)

بالنسبة لمنحنى المعادلة التربيعية $s = As^2 + Bs + C$. هل يمكنك إثبات هذا الاستنتاج ؟

قم بتغيير قيم "أ" و"ب" و"ج" إلى ١ .

اختر الخط العمودي ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (حذف الكائن) .

أدرج نقطة بالإحداثيات $(b^2 - 4ac, 0)$.

حدد النقطة ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر دائرة (بنصف القطر) .

أدخل نصف القطر ٠,٤ ، ثم انقر فوق (موافق) .

حدد النقطة ، ثم انقر على مربع نص ، واختر (عرض مفصل) .

استخدم ضبط الثوابت لتغيير قيم "أ" و"ب" و"ج" .

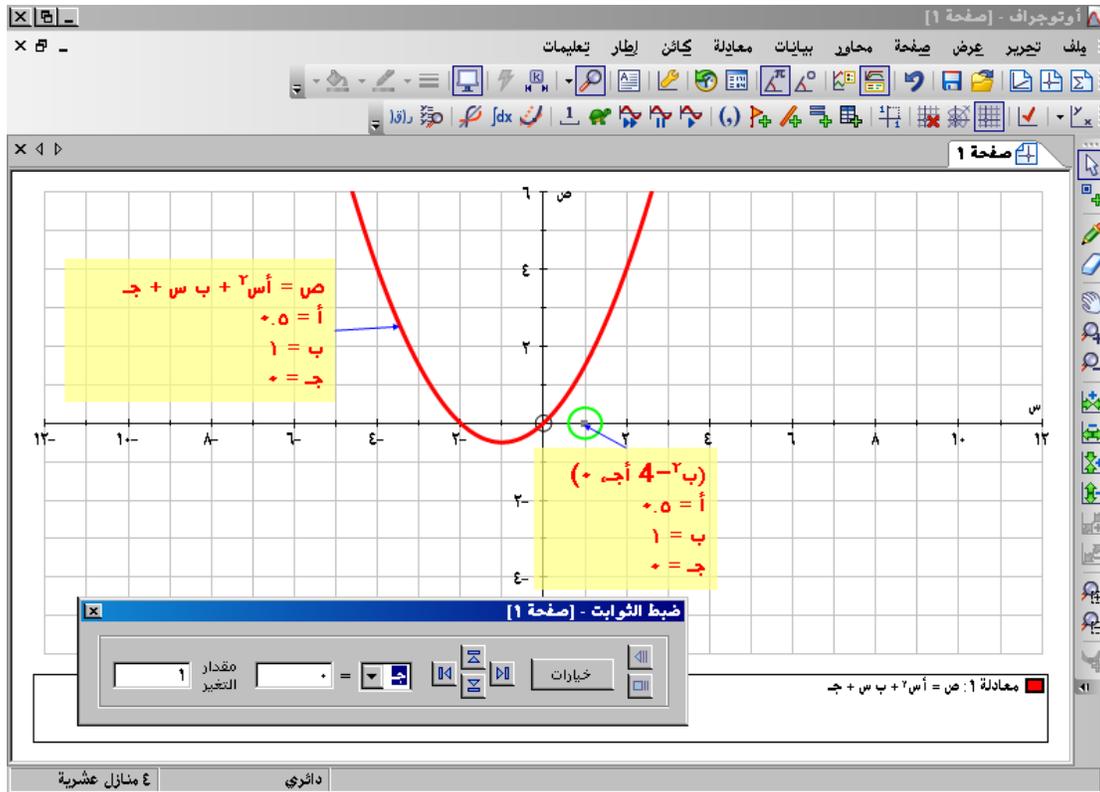
لاحظ جيداً قيمة $b^2 - 4ac$ والموضع المناسب لرسم منحنى الدالة $s = As^2 + Bs + C$

لقيم "أ" و"ب" و"ج" المختلفة .

تلميح : لاحظ عدد مرات مرور الرسم بالمحور s وقارن ذلك بما يحدث عند $b^2 - 4ac > 0$ ، $b^2 - 4ac = 0$ أو $b^2 - 4ac < 0$.

استنتج كيف يمكن أن تعرف عدد الجذور الموجودة في المعادلة $s^2 + Bs + C = 0$

عن طريق حساب قيمة $b^2 - 4ac$.





البرمجة الخطية

المسألة

تقوم مجموعة من الطلاب بالتخطيط لرحلة يومية إلى مكة لجمع أموال للأعمال الخيرية . ويبلغ سعر تذكرة التبرع الواحدة ١٠ ريالاً للبالغين وه ريالاً للأطفال .

الشرط رقم ١ : حمولة الحافلة الصغيرة التي ستقلهم تسع ل ١٤ شخص فقط .

الشرط رقم ٢ : لن تبدأ هذه الرحلة إلا إذا اكتمل العدد ١٠ طلاب أو أكثر .

الشرط رقم ٣ : يجب أن يكون عدد الأطفال على الأقل مثل عدد البالغين .

الحل

لنفرض أن س هي عدد الأطفال وص هي عدد البالغين ،

إذاً يمكن التعبير عن الشروط الثلاثة هذه على النحو التالي :

$$\text{الشرط رقم ١ : } س + ص \geq ١٤$$

$$\text{الشرط رقم ٢ : } س + ص \leq ١٠$$

$$\text{الشرط رقم ٣ : } س \leq ص$$



افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .



قم بتحرير المحاور $س \geq ٠$ و $ص \geq ٠$ و $١٥ \geq ص$

أدخل المعادلة :



$$س + ص \geq ١٤ \text{ و } س + ص \leq ١٠ \text{ و } س \leq ص$$

اكتب \leq للحصول على \leq و \geq للحصول على \geq .



يريد الطلاب أن يجمعوا أكبر قدر ممكن من المال للأعمال الخيرية ، ومن الناحية الرياضية فهم يريدون زيادة $5س + 10ص$ إلى أقصى حد ممكن . سوف نطلق على هذا اسم " دالة الهدف " .



أدخل المعادلة : $5س + 10ص = ل$



انقر فوق (ضبط الثوابت) ، ثم قم بتعيين $ل = 10$

استخدم ضبط الثوابت للحصول على أقصى قيمة $5س + 10ص$ (والقيم المناسبة لكل من $س$ و $ص$) بحيث تظل " دالة الهدف " في المنطقة المناسبة .





المعادلات التكعيبية

في هذه التدريب ، سيقوم الطلاب كالعادة أولاً بالتعرف على حالة خاصة ،

$$\text{على سبيل المثال } ص = (س - ٢) (س + ٣) (س + ٤) ،$$

ثم يُطلب منهم التفكير في الحالات الأكثر شيوعاً .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .



$$\text{قم بتحرير المحاور - } ٦ \geq س \geq ٦ ، - ٣٠ \geq ص \geq ٣٠ .$$



أدخل المعادلة : $ص = (س - أ) (س - ب) (س - ج)$



انقر فوق (ضبط الثوابت) ، ثم قم بتعيين $أ = ٢$ ، $ب = ١$ ، $ج = ٥$.

حدد المنحنى وأدرج نقطة في $س = أ$.



حدد النقطة ثم انقر على مربع نص ، ثم انقر فوق (إزالة النص الخاص بالكائن) و قم بتغيير



النص إلى "أ" .

كرر ما سبق لكل من $ب$ ، $ج$.



حدد المنحنى وأدرج نقطة بالإحداثيات على المنحنى عند $س = (أ + ب) / ٢$ ،



حيث قيمة $س$ هي النقطة المتوسطة للجذرين $س = أ$ ، $س = ب$.



حدد النقطة ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (مماس) .



ماذا يمكن أن تلاحظ بشأن مكان تقاطع المماس مع محور $س$ ؟

حدد المماس ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (تحرير خيارات الرسم) . قم بتغيير نمط الخط



إلى (خط متقطع) .

كرر ما سبق للنقطة المتوسطة للجذرين $س = ب$ ، $س = ج$ ،



ثم للنقطة المتوسطة للجذرين $s = a$ ، $s = b$.

استخدم ضبط الثوابت لتغيير قيم كل من "أ" و"ب" و"ج". 

ماذا سيحدث عند تساوي الجذرين ؟ هل يمكنك أن تجعل المماسان متوازيان ؟

والآن وقد شاهدت هذه النتيجة ؛ هل يمكنك إثباتها رياضياً ؟

افتراض أن أحد الجذرين هو الصفر، مما يجعل العمليات الرياضية أسهل إلى حد كبير .



التكرار

لا يمكن حل الكثير من المعادلات باستخدام الطرق التقليدية ، على سبيل المثال $s^2 = s^3$.
وفي مثل هذه الحالات ، سنحتاج إلى استخدام الطرق العددية لإيجاد الحلول .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .



قم بتحرير المحاور - $s \geq 6$ ، $s \geq 6$ - ، $s \geq 30$ ، $s \geq 30$.



أدخل المعادلة : $s^2 = s$ و $s = s^3$



الحرف s متوفر من خلال نوع الخط Arial for Autograph Uni .

بمجرد النظر، ماذا ترى بالإحداثي s عند تقاطع هذه المنحنيات ؟

حدد كلا المنحنين واختر (حذف الكائنات) .



برهن على قدرتك على إعادة ترتيب $s^2 = s^3$ في صورة $s = (3/1)^{(3/2)}$.

ومن ثم فإن الإحداثي s عند تقاطع المنحنين البيانيين $s = s$ ، $s = (3/1)^{(3/2)}$

هو نفسه الإحداثي s عند تقاطع $s^2 = s$ و $s = s^3$.

وسوف نستخدم الصيغة التكرارية $s_{n+1} = (3/1)^{(3/2)}$ لإيجاد حل لهذه المعادلة .

اختر (وضع تساوي الأبعاد) .



أدخل المعادلتين التاليتين : $s = (3/1)^{(3/2)}$ ، $s = s$



أدرج نقطة إلى الخط $s = s$.



اختر كلا من النقطة والمنحنى $s = (3/1)^{(3/2)}$



ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر $s = g(s)$ تكرر .



انقر فوق السهم لليمين للانتقال إلى التكرار . ماذا سيظهر في صفحة الرسم وفي مربع الحوار؟

قم بالتكبير للتحقق عن قرب مما يحدث .



حدد نقطة البداية واسحبها .





المعادلات البارامترية

يمكن إدخال العديد من المعادلات المختلفة في برنامج أوتوجراف : مثل المعادلات الديكارتية والمعادلات المثلثية والمعادلات الأسية ومعادلات تتضمن القيمة المطلقة والضمنية والمخروطية والقطبية والبارامترية والجزيئية والتفاضلية . وفي هذا التدريب ، سننظر إلى الشكل البارامترية من معادلات جاوس .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .



اختر (الزوايا بالتقدير الدائري) "راديان" .



اختر (وضع تساوي الأبعاد) .



اختر العرض البطيء للرسم البياني .



أدخل المعادلة : $\sin(z) = \cos(z)$ ، $\sin(z) = \cos(z)$



قيمة z الافتراضية هي 1 ،

لذلك فإن هذه المعادلة تكون بصورة أساسية $\sin(z) = \cos(z)$ ، $\sin(z) = \cos(z)$.

انقر على ضبط الثوابت واجعل مقدار التغير = 1 بحيث يمكننا اعتبار قيم الأعداد



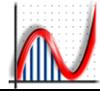
الصحيحة فقط للمتغير z . تحقق من مجموعة المنحنيات بتغيير قيمة المتغير z .

ما رأيك في مدى قيم كل من $\sin(z)$ ، $\cos(z)$ لهذه المنحنيات ؟ ما رأيك في قيمة z في حالة إغلاق المنحنى

؟ هل توجد علاقة بين قيمة z وعدد المناطق الملحقة بالمنحنى ؟

اجعل $z = 2$.





انقر فوق (تشغيل الرسم البياني) اجعل الزاوية z بين $0 \leq z \leq 2\pi$
لاحظ كيفية رسم المنحنى البياني وإعادة رسمه . جرب استخدام قيم مختلفة لـ b . هل يمكن
رسم المنحنى البياني دائماً ؟ استنتج قيمة b وعدد مرات رسم المنحنى البياني .



اجعل مقدار التغير على 0.1 و كرر تغيير قيمة الثابت بقيم مختلفة ولاحظ شكل المنحنى
البياني لقيم b الفردية والزوجية .



افتح (تعليمات) من شريط القوائم < تعليمات أوتوجراف "F1" > الرسم البياني ثنائي
الأبعاد < الرسم البارامتري والقطبي > الرسم البارامتري ، وجرب استخدام بعض الأمثلة
المقدمة .





نظرية ذات الحدين

تقريب ذات الحدين غالباً ما يستخدم عندما تكون الأرقام التي بالأس قريبة من ١ ؛ ولكن ما مدى التقريب إلى العدد ١ الذي يلزم لكي يكون التقريب مناسباً ؟ وكمرجع ، فإن نظرية ذات الحدين العامة وفقاً للعالم إسحاق نيوتن هي كما يلي :

$$(١+س)^ن = ١ + ن س + \frac{ن(ن-١)}{2} س^٢ + \frac{ن(ن-١)(ن-٢)}{3!} س^٣ + \dots$$

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .

أدخل المعادلة : ص = $(٨/٥)^{س+١}$.

استخدم تعميم نظرية ذات الحدين (لنيوتن) لحساب أول حدين من سلسلة كثيرات الحدود

$$(١+س)^{٨/٥} .$$

حدد المنحنى وأدرج نقطة بالإحداثيات على المنحنى عند س = ٠ .

حدد النقطة ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (مماس) .

انقر على عرض بطيء للرسم البياني .

أدخل الحدين السابقين مع التقريب إلى ص = $(٨/٥)^{س+١}$.

حدد المماس ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (تحرير خيارات الرسم) وقم بتغيير نمط الخط

إلى (خط منقط) واجعل سُمك الخط مساوياً ٦ نقاط .

ما رأيك في هذا التقريب ومماس المنحنى عند س = ٠ .

احسب الحد الثالث وأدخل الحدود الثلاثة التقريبية .



قم بالتكبير للتحقق من كيفية إفادة التقريب لقيمة π الصغرى . 

احسب الحد الرابع وأدخل الحدود الأربعة التقريبية .  

بالنسبة لكل عملية تقريب ، ما النطاق الذي تراه مناسباً باستخدام التقريب ؟

بالنسبة لعمليات التقريب الخاصة بالدوال الأخرى ، ابحث في (تعليمات) من شريط القوائم 
< تعليمات أوتوجراف "F1" > بحث ، لمعرفة متسلسلة ماكلورين . يتيح برنامج أوتوجراف إمكانية
تحريك عدد الحدود في عملية التقريب لما يصل إلى ١٠ .



حساب المثلثات

في هذا التدريب ، سنبرهن على وجود علاقة بين رسم المنحنيات البيانية للدوال المثلثية ودائرة الوحدة .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .



انقر على (محاور) من شريط القوائم وقم بإلغاء تفعيل (عرض مفتاح الرسم) .

قم بتحرير المحاور - $2 \geq x \geq 7$ ، $7 \geq y \geq 2$.



اختر (الزوايا بالتقدير الدائري) "راديان" .



اختر (وضع تساوي الأبعاد) .



أدرج نقطة بالإحداثيات (-1، 0) .



حدد النقطة وانقر بزر الماوس الأيمن واختر (مربع نص) ، ثم انقر فوق (إزالة النص الخاص



بالكائن) وقم بتغييره إلى "أ" .

حدد النقطة ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر دائرة ب (نصف القطر) ، واجعل نصف القطر



يساوي 1 .

اختر الدائرة وأدرج نقطة بالإحداثيات على المنحنى عند $t = h$. وبشكل افتراضي



$h = 1$.

استخدم Alt-t لإدخال (ه)



حدد النقطة وانقر بزر الماوس الأيمن واختر (مربع نص) ، ثم انقر فوق (إزالة النص الخاص بالكائن) وقم بتغييره إلى "ب" .

حدد كل من النقطتين ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر قطعة مستقيمة .

أدرج نقطة بالإحداثيات (٠ ، ٠) .

حدد النقطة وانقر بزر الماوس الأيمن واختر (مربع نص) ، ثم انقر فوق (إزالة النص الخاص بالكائن) وقم بتغييره إلى "ج" .

حدد النقاط "ج" و"أ" و"ب" بالترتيب ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (قياس الزاوية) ، قم بتفعيل (السماح بالزاوية المنعكسة) من مربع الحوار .

حدد النقطة "ب" ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (خط أفقي) .

حدد الخط الأفقي وأدخل نقطة على المنحنى عند $s = h$.

حدد النقطة وانقر بزر الماوس الأيمن واختر (مربع نص) ، ثم انقر فوق (إزالة النص الخاص بالكائن) وقم بتغييره إلى "د" .

حدد النقطة "د" ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (تتبع النقطة) .

انقر على ضبط الثوابت وقم بتغيير قيمة h إلى 0 ، ثم اجعل مقدار التغير مساويا 0.01 واستخدم السهم لأعلى لزيادة قيمة h حتى 2 ط .

ماذا تلاحظ بشأن تتبع النقطة "د" ؟

من ضبط الثوابت اجعل قيمة $h = 1$.

حدد النقطة "ب" ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (خط عمودي) .



حدد الخط العمودي وأدرج نقطة بالاحداثيات على المنحنى عند $s = -$ هـ 

حدد النقطة وانقر بزر الماوس الأيمن واختر (مربع نص) ، ثم انقر فوق (إزالة النص الخاص بالكائن) وقم بتغييره إلى "ي" . 

حدد النقطة "ي" ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (تتبع النقطة) . 

انقر على ضبط الثوابت وقم بتغيير قيمة هـ إلى ٠ . قم بتقليل مقدار التغير إلى ٠.٠١ 
واستخدم السهم لأعلى لزيادة قيمة هـ حتى ٢ ط . 

ماذا تلاحظ بشأن تتبع النقطة "ي" ؟

توجد دوال مثلثية أخرى يمكن التعبير عنها في دائرة الوحدة . فهل يمكنك إنشاء رسم للمماس بنفس الطريقة ؟



القطاعات المخروطية

افتح (صفحة جديدة لرسم ثلاثي الأبعاد) .



أدخل المعادلة القطبية للمخروط : $r = c$



أدخل معادلة المستوي : $c = a + b$



قيمة الثابتين أ و ب هي ١ بشكل افتراضي .

استخدم أداة (سحب) لعرض تقاطع شكل المخروط مع المستوي من زوايا مختلفة . فماذا سيكون شكل التقاطع ؟



استخدم ضبط الثوابت لإنقاص قيمة "أ" لكي تكون ٠,٥ . فماذا سيكون شكل التقاطع الآن ؟



استخدم ضبط الثوابت لإنقاص قيمة "أ" لكي تكون ٠ . فماذا سيكون شكل التقاطع الآن ؟



استخدم ضبط الثوابت لزيادة قيمة "أ" لكي تكون ٢ .



استخدم أداة (سحب) لعرض تقاطع المخروط مع المستوي من زوايا مختلفة . فماذا سيكون شكل التقاطع ؟





أوتوجراف - صفحة ٤

مقدار التخدير: ٠.١

خيارات

معادلة ١ : ر=ع
معادلة ٢ : ع=أس + ب

٤ منازل عشرية



المرايا الصوتية

في العشرينيات من القرن العشرين ، تم إنشاء هياكل كبيرة على امتداد الساحل الجنوبي لإنجلترا للتعامل مع التهديد المتزايد للهجوم الجوي .

أدخل مصطلح "المرايا الصوتية" في محرك بحث Google لمعرفة المزيد . على أية مسافة يمكن اكتشاف الطائرة القادمة ؟ وما حجم أكبر مرآة كانت موجودة آنذاك ؟

استخدم موقع Flash Earth (على العنوان www.flashearth.com) لتحديد موقع المرآة الصوتية بالقرب من مطار دانجنس وليد . استخدم مفتاح (طباعة الشاشة) لالتقاط صورة للمرآة ، وقم بملصقها في برنامج (الرسام) واقتص منها حسب الحاجة ، ثم قم بحفظها بتنسيق jpg .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .



اختر (وضع تساوي الأبعاد) .



انقر بزر الماوس الأيمن واختر (إدراج صورة) ، واستعرض الصور، إلى أن تصل إلى لصورة المرآة الصوتية المطلوبة .



انقر نقرًا مزدوجاً فوق الصورة ، وقم بإلغاء تفعيل (ربط مقياس رسم الصورة بمقياس رسم المحاور) ، ثم قم بزيادة مستوى الشفافية إلى ٥٠٪ .



حرك الصورة بحيث يكون مركز الحافة المنحنية عند نقطة الأصل .



استخدم أداة (سحب) لتحريك الرسم وسحبه إلى اليسار .



تواجه هذه المرآة الجانب الشرقي بالضبط . ففي رأيك ، ما المنحنى الذي سيناسب هذا الشكل ؟ ما رأيك بالقطع المكافئ ؟



أدخل المعادلة : $s = b v^2$



قيمة b الافتراضية هي ١ ؛ لذلك تكون هذه المعادلة مبدئياً $s = v^2$.



ما الذي يلزمك فعله لقيمة ب لكي تحرك المنحنى باتجاه المرآة ؟ لاحظ قيمة ب التي تجعل المنحنى منطبقاً مع المرآة .

من الواضح أن المرآة الصوتية هي عبارة قطع مكافئ ، ولكن لماذا ؟ سنتحقق الآن فيما يحدث للصوت (أو الضوء) الذي يصل إلى هذا القطع المكافئ موازيا لمحور س .

حدد صورة المرآة الصوتية وقم بحذفها .

أدرج نقطة على القطع المكافئ .

حدد النقطة وانقر بزر الماوس الأيمن واختر (مربع نص) ، ثم انقر فوق (إزالة النص الخاص بالكائن) وقم بتغييره إلى "أ" .

حدد النقطة "أ" ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (خط عمودي) .

أثناء تحديد النقطة ، انقر بزر الماوس الأيمن واختر أيضاً (خط أفقي) .

أدرج نقطة على الخط الأفقي على يمين النقطة "أ" .

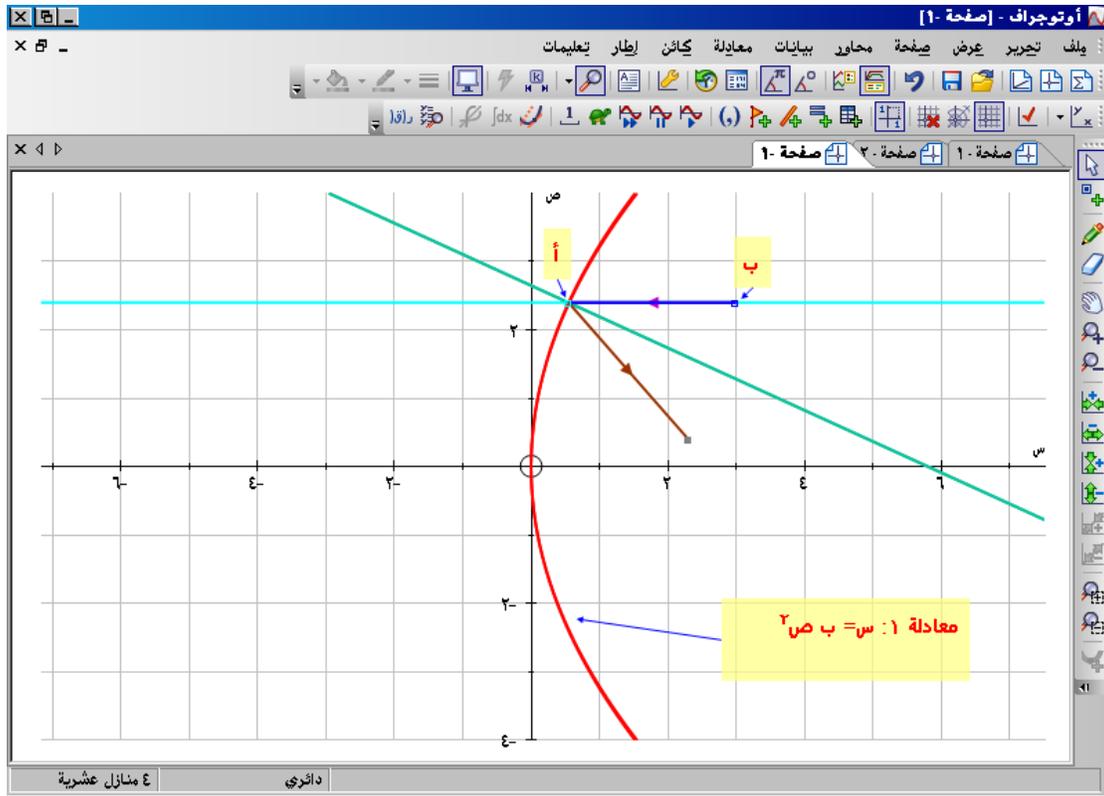
حدد النقطة وانقر بزر الماوس الأيمن واختر (مربع نص) ، ثم انقر فوق (إزالة النص الخاص بالكائن) وقم بتغييره إلى "ب" .

حدد النقطتين "أ" ، "ب" ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (تجميع لتكوين شكل) .

حدد الشكل (قد تحتاج إلى النقر مرتين لإلغاء تحديد الخط الأفقي) . اضغط مع الاستمرار على Shift وحدد (خط عمودي) . انقر بزر الماوس الأيمن واختر (انعكاس) .

حدد "ب" ، ثم "أ" ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (إنشاء متجه) . كرر ما سبق بالنسبة للخط المنعكس .

اسحب النقطة "أ" على امتداد المنحنى البياني للقطع المكافئ ودون ملاحظتك .





التحويلات الهندسية

افتح برنامج أوتوجراف في المستوى القياسي . وإذا كان برنامج أوتوجراف مفتوحاً بالفعل ، انتقل إلى (عرض) < تفضيلات) < (عام) ، ثم حدد المستوى (قياسي) .
انتقل إلى (محاور) ، وقم بإلغاء تفعيل (عرض مفتاح الرسم) .



يمكن استخدام الرسم البياني في برنامج أوتوجراف في المستوى القياسي أو المتقدم . وكقاعدة عامة ، يجب استخدام المستوى المتقدم في حالة حساب التفاضل والتكامل أو التقدير الدائري "راديان" .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .



قم بتحرير المحاور - $10 \geq س \geq 10$ ، - $10 \geq ص \geq 10$



وقم بتعيين (تلقائي خطوط الشبكة) على 1 .

اختر (وضع تساوي الأبعاد) .



اختر (مقدار التحريك يساوي الوحدة) .



أدرج أربع نقاط بحيث $س \geq 0$ و $ص \geq 0$.



في الفصل الدراسي ، اطلب من الطلاب الوقوف أمام السبورة لإضافة نقطة :

- 1 . إذا كانت لديك لوحة معلومات تفاعلية ، اسمح للطلاب أن يضيفوا نقاط باستخدام وضع "إدراج نقط" .
- 2 . وإذا لم تكن تستخدمها ، فامنح كل طالب عداداً ملوناً بعلامة زرقاء في الخلف واطلب من الطلاب وضع العداد على اللوحة . ثم أضف التقاط بنفسك في ذلك الموضع باستخدام برنامج أوتوجراف .

ضع تسمية للنقاط "أ" و"ب" و"ج" و"د" .





اختر جميع النقاط ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (تجميع لتكوين شكل) .

الدوران

سنقوم الآن بتدوير الشكل بمقدار ٩٠ درجة في اتجاه عقارب الساعة (٠ ، ٠) .

أدرج نقطة عند (٠ ، ٠) .

استخدم أداة القلم لتتوقع مكان النقاط "أ" و"ب" و"ج" و"د" بعد دورانها بمقدار ٩٠ درجة في اتجاه عقارب الساعة (٠ ، ٠) .

حدد الشكل والنقطة ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (دوران) .

استخدم أداة القلم لتتوقع مكان النقاط "أ" و"ب" و"ج" و"د" في حالة زيادة الدوران إلى ١٨٠ درجة في اتجاه عقارب الساعة (٠ ، ٠) .

حدد الشكل الذي تم دورانه ، ثم انقر فوق (تحريك الشكل) . استخدم السهم لليمين لزيادة التدوير إلى ١٨٠ درجة .

انقر نقرًا مزدوجاً فوق الشكل الذي تم دورانه ، ثم قم بإلغاء تفعيل (عرض خطوط الإنشاء) .

انتقل إلى (تحرير) < (تحديد كل رسومات القلم) ، ثم انقر على (حذف الكائنات) .

التكبير

سنقوم الآن بتكبير الشكل الذي تم دورانه بمعامل ٢ عند مركز التكبير (٠ ، -٥) .

ضع نقطة عند (٠ ، -٥) .

استخدم أداة القلم لتتوقع مكان النقاط "أ" و"ب" و"ج" و"د" بعد تكبير الشكل بمعامل ٢ عند مركز التكبير (٠ ، -٥) .



حدد الشكل الذي تم تدويره ومركز التكبير، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (تكبير) .



استخدم أداة القلم لتتوقع مكان النقاط "أ" و"ب" و"ج" و"د" في حالة زيادة معامل التكبير إلى ٣ .



اختر الشكل الذي تم تكبيره ، ثم انقر فوق (تحريك الشكل) . استخدم السهم لليمين لزيادة معامل التكبير إلى ٣ .



ماذا سيحدث عندما يكون معامل التكبير أقل من ١ ؟ وماذا سيحدث عندما يكون ٠ ؟ وماذا سيحدث عندما يكون عدداً سالباً ؟

انقر نقرًا مزدوجاً فوق الشكل الذي تم تكبيره ، ثم قم بإلغاء تفعيل (عرض خطوط الإنشاء) .



انتقل إلى (تحرير) < (تحديد كل رسومات القلم) ، ثم انقر على (حذف الكائنات) .

الانعكاس

سنقوم الآن بإجراء انعكاس للشكل الذي تم تكبيره حول الخط المستقيم $ص = س$.

أدخل المعادلة : $ص = س$



استخدم أداة القلم لتتوقع مكان النقاط "أ" و"ب" و"ج" و"د" بعد عكس الشكل حول الخط المستقيم $ص = س$.



حدد الشكل الذي تم تكبيره والخط $ص = س$ ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (انعكاس) .



انتقل إلى (تحرير) < (تحديد كل رسومات القلم) ، ثم اضغط على (حذف الكائنات) .



الانتقال

سنقوم الآن بترجمة الشكل المنعكس بالمتجه $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

أدرج نقطة في أي مكان بصفحة أوتوجراف ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (إنشاء متجه) .
أدخل المتجه $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

استخدم أداة القلم لتتوقع مكان النقاط "أ" و"ب" و"ج" و"د" بعد انتقال الشكل بالمتجه $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

اختر الشكل المنعكس والمتجه ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (انتقال) .

انتقل إلى (تحرير) < (تحديد كل رسومات القلم) ، ثم انقر على (حذف الكائنات) .

ضع تسمية للنقاط "أ" / "ب" / "ج" / "د" .

اختر مقدار التحريك يساوي ٠,١ .

اختر النقطة "أ" على الشكل الأصلي وقم بتحريكها قبل إعادتها مرة أخرى . هل تتحرك النقطة "أ" ؟ كذلك كرر تحريك النقاط الأخرى .



التحويلات في بيئة ثلاثية الأبعاد

بسبب العدد الهائل من تحويلات الأبعاد ، فإنها مختلفة في بعض الشيء في البيئة ثلاثية الأبعاد .

في هذا التدريب ، سنتعرف على هذه الاختلافات .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثلاثي الأبعاد) .



انقر فوق (إدراج شكل) < (أشكال جاهزة) واختر الشكل (ثمانية الأوجه) .



اختر إحدى النقاط واسحبها مما يجعل الشكل غير منتظم . سيسهل هذا من عملية تفسير التحويلات .



الدوران

في البيئة ثلاثية الأبعاد ، يجب أن يكون الدوران حول خط بدلاً من نقطة .

سنقوم بدوران الشكل بمقدار ٩٠ درجة في اتجاه عقارب الساعة حول محور "ع" .

حدد الشكل ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (الدوران حول محور ع) مع تغيير الزاوية إلى ٩٠ درجة .



حدد الشكل الذي تمت إدارته ، ثم انقر فوق (تحريك كائن) .



استخدم السهم لليمين لزيادة الدوران إلى ١٨٠ درجة .

التكبير

في البيئة ثلاثية الأبعاد ، يظل مركز التكبير هو النقطة .



أدرج نقطة عند $(0, 0, 0)$.



حدد الشكل الذي تم تدويره ومركز التكبير ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (تكبير) .



حدد الشكل الذي تم تكبيره ، ثم انقر فوق (تحريك كائن) .



استخدم السهم لليمين لزيادة معامل التكبير إلى ٣ .

الانعكاس

في البيئة ثلاثية الأبعاد ، يلزم وجود مستوى بدلاً من الخط للقيام بعملية الانعكاس .



أدخل المعادلة : $ص = س$



حدد الشكل الذي تم تكبيره والمستوى $ص = س$



ثم انقر بزر الماوس الأيمن وحدد (انعكاس) .



نظرية الزاوية المركزية

سنوضح العلاقة بين الزاوية عند مركز الدائرة والزاوية عند أي نقطة على محيط الدائرة .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .



انتقل إلى (محاور) وقم بإلغاء تفعيل (عرض مفتاح الرسم) .

انقر فوق (الزوايا بالتقدير الستيني) "درجات" .



اختر (وضع تساوي الأبعاد) .



اختر بلا محاور .



أدرج نقطة في أي مكان ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر دائرة بـ (نصف القطر) .



قم بتعيين نصف القطر إلى ٣,٥ .

ضع تسمية للنقطة "و" .



أدرج ثلاث نقاط على محيط الدائرة .



انقر نقرًا مزدوجاً فوق كل نقطة وقم بتغيير الإحداثي x إلى ١ .



ضع تسمية للنقاط "أ" و"ب" و"ج" .



اختر النقطتين "أ" و"ب" ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر قطعة مستقيمة . كرر هذا



الإجراء لكل من ب ج ، وأ ، و ج .

ماذا تلاحظ بشأن الزاوية الموجودة على محيط الدائرة ؟ وماذا عن الزاوية الموجودة بالمركز ؟



حدد النقاط "أ" و"ب" و"ج"، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (قياس الزاوية) . كرر هذا الإجراء للنقاط أ و ج ، مع تحديد (السماح بالزاوية المنعكسة) .
حرك النقطة "ب" حول الدائرة . حرك النقطة "أ" حول الدائرة .

ماذا تلاحظ ؟ هل يمكنك استنتاج العلاقة بين الزاوية الموجودة بالمركز (الزاوية المركزية) والزاوية الموجودة عند أي نقطة على محيط الدائرة (الزاوية المحيطية) ؟ وهل يمكنك برهان هذا الاستنتاج ؟
وهل يمكنك إثبات ذلك من خلال برنامج أوتوجراف ؟



المتجهات



افتح برنامج أوتوجراف في المستوى القياسي .

انتقل إلى (محاور) وقم بإلغاء تفعيل (عرض مفتاح الرسم) .



افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .



قم بتحرير المحاور - $15 \geq 15$ ، $10 \geq 10$ ص ،

وقم بتعيين تلقائي خطوط الشبكة إلى 1 .



اختر (وضع تساوي الأبعاد) .



أدرج ثلاث نقاط بالإحداثيات (5، 10) و(3، 10) و(1، 10) .



اختر إدراج نقطة بالإحداثيات عند (5، 10) ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (إنشاء متجه) .

$$\text{أدخل أ} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} .$$



اختر النقطة عند (3، 10) ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (إنشاء متجه) .

$$\text{أدخل ب} = \begin{pmatrix} 3 - \\ 2 \end{pmatrix} .$$



اختر إدراج نقطة بالإحداثيات عند (1، 10) ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (إنشاء متجه) .

$$\text{أدخل ج} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} .$$



٦) إدراج نقطة بالإحداثيات (- ١٠ ، - ٥) .

حدد هذه النقطة والمتجه ب ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (نسخ متجه) .

اختر النقطة في نهاية المتجه المنسوخ والمتجه ج ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (ضرب متجه) مع تغيير المعامل إلى ٣ .

اختر نقطة بالإحداثيات (- ١٠ ، - ٥) والمتجه المنسوخ ب ومتجه الضرب ٣ ج ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (جمع المتجهات) .

كرر ماسبق بالنسبة للمتجهات التالية :

(١) ٣ ج + أ

(٢) ٢ ب - أ

(٣) ٢ ج - ب

(٤) أ + ج - ب

(٥) $\frac{1}{2}(ج - أ)$



المستقيمات والمستويات من المتجهات

سندرس في هذا التدريب معادلات المتجهات للخط المستقيم $s = \lambda + \mu$ ب

وللمستوى $v = \lambda + \mu + \nu$ ج .

اختر (صفحة جديدة لرسم ثلاثي الأبعاد) .



انتقل إلى (عرض) < (تفضيلات) < (الرسم البياني) وحدد (سمك الخط) "السماك" ، ثم قم بتغيير السمك إلى $2\frac{1}{4}$ نقطة .

إدراج نقاط بالإحداثيات $(0, 0, 0)$ و $(2, 1, 1)$.



اختر النقطة $(0, 0, 0)$ ثم النقطة $(2, 1, 1)$ ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (إنشاء متجه) . هذا هو المتجه أ .



استخدم أداة (سحب) للنظر إلى المتجه من زوايا مختلفة .



انقر فوق (منظور ثلاثي س- ص- ع) للرجوع إلى طريقة العرض الأصلية .



إدراج نقطتين بالإحداثيات $(-2, -3, 2)$ و $(-1, -2, 3)$.



اختر $(-2, -3, 2)$ ثم $(-1, -2, 3)$ ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (إنشاء متجه) .



هذا هو المتجه ب .

اختر المتجه ب والنقطة النهائية للمتجه أ ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (ضرب متجه)



مع تغيير المعامل إلى λ . هذا هو المتجه λ ب .

استخدم (Alt-L) لكتابة λ .



اختر النقطة $(0, 0, 0)$ والمتجهين أ و ب ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (جمع المتجهات) .
هذا هو المتجه $s = a + b$.

اختر المتجه λ ب والنقطة النهائية للمتجه أ ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر إدراج (خط من متجه) .

استخدم ضبط الثوابت لتغيير قيمة λ . مع التركيز على النقطة النهائية للمتجه s .
(ملاحظة : سيظهر الرمز λ كحرف "ض" في ضبط الثوابت)

أدرج نقطتين بالإحداثيات $(2, 2, 0)$ و $(3, 1, 0)$.

اختر $(2, 2, 0)$ ثم $(3, 1, 0)$ ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (إنشاء متجه) .
هذا هو المتجه ج .

اختر المتجه ج والنقطة النهائية للمتجه λ ب ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (ضرب متجه) مع تغيير المعامل إلى μ . هذا هو المتجه μ ج .

استخدم Alt-m لكتابة μ .

اختر النقطة $(0, 0, 0)$ والمتجهين λ ب ، μ ج ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (جمع المتجهات) . هذا هو المتجه $v = a + b + \mu$ ج .

اختر المتجهين λ ب و μ ج والنقطة النهائية للمتجه أ ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (مستوى) .

استخدم ضبط الثوابت لتغيير قيمة λ و μ مع التركيز على النقطة النهائية للمتجه v .

(ملاحظة : سيظهر الرمز μ كحرف "ظ" في ضبط الثوابت)

لتوسيع نطاق هذا التدريب ، يمكن التحقق من معادلة المستوى أ . $|a|^2 =$



- افتح (صفحة جديدة لرسم ثلاثي الأبعاد) . 
- أدراج نقطتين بالإحداثيات (٠،٠،٠) و(أ،ب،ج) . 
- اختر (٠،٠،٠) ثم (أ،ب،ج) ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (إنشاء متجه) . هذا هو المتجه أ. 
- أدخل المعادلة : أس + ب ص + ج ل = أ^٢ + ب^٢ + ج^٢ 
- أدرج (نقطة على الرسم) . 
- اختر نهاية المتجه والنقطة الموجودة في المستوى ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (إنشاء متجه) . 
- اختر نقطة الأصل والمتجهين ، وانقر بزر الماوس الأيمن واختر (جمع المتجهات) . هذا هو المتجه س. 

ما قيمة الضرب القياسي للمتجهين س وأ ؟



إنشاء صفحة أوتوجراف ذات شبكة إحداثيات قطبية

قد تكون هناك حالات معينة ترغب فيها في إعداد ملف تحضير مسبق للدرس . فعلى سبيل المثال تعتبر الإحداثيات القطبية ممتازة جداً للتفكير الهندسي إلا أنها في إنشائها ليست جيدة بالقدر الكافي .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .

حدد (وضع تساوي الأبعاد) .

انتقل إلى (محاور) < (إعدادات التحريك) وتأكد من مقدار التحريك إلى ١ .

أدخل المعادلة : $s = r \cos \theta + a - b \int (a/b)$ ،

ص = $r \cos \theta + a - b \int (a/b)$

انقر فوق (ضبط الثوابت) وقم بتعيين $r = 0.2$ و $b = 3$.

هذه معادلة لدائرة بالمركز $(a - b \int (a/b))$ ، $(a/b) \int (a/b)$.

استخدم ضبط الثوابت لتغيير قيمة "أ" من ٠ إلى ١١ . وانقر فوق (خيارات) واختر (رسم)

مجموعة) . قم بتعيين قيمة البداية إلى صفر وقيمة النهاية إلى ١١ ومقدار التغير إلى ١ .

حيث تكون "ب" هي عدد الأعمدة وهي مجموعة الأعداد الصحيحة بين ٠ وعدد الدوائر .

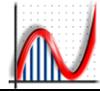
استخدم ضبط الثوابت لتغيير القيمة "ب" بين ١ و ١٢ .

يمكن الآن استخدام هذا الملف لإنشاء صفحة خطوط شبكة مستطيلة الشكل .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .

أدخل المعادلة : $s = r \cos \theta + l \cos \theta + l \sin \theta$ ، ص = $r \cos \theta + l \cos \theta + l \sin \theta$

انقر فوق (ضبط الثوابت) وقم بتعيين $r = 0.2$ و $l = 2$.



استخدم ضبط الثوابت لتغيير قيمة ف من ٠ إلى ٣٦٠ . وانقر فوق (خيارات) واختر (رسم مجموعة) . قم بتعيين قيمة البداية إلى صفر وقيمة النهاية إلى ٣٦٠ وعدد المتغيرات ١٢ .

أدخل المعادلة : $s = l \cdot \sin \theta$ ، $v = l \cdot \cos \theta$

(٦) اختر الدائرة الكبيرة ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن وأدخل الإحداثيات . اجعل مقدار التغير = ٣٠ . ستطبق هذه النقطة إلى الدوائر الصغرى التي تمت إضافتها .
يمكن الآن استخدام هذا الملف لإنشاء صفحة خطوط شبكة دائرية الشكل .



أوزان الأطفال

لقد رزق أحد الأصدقاء مؤخراً بطفل يزن ١٠ أرطال وهو أكبر من المعدل الطبيعي مما يعني الاهتمام باكتشاف سبب احتمالية الحصول على طفل أكبر من هذا المعدل . البيانات التي حصلنا عليها من هيئة جراحة طب الأطفال لأوزان ١١٧٤ طفلاً . سنمثلها في شكل توزيع طبيعي لنحسب احتمالية ولادة طفل يزن أكبر من ١٠ أرطال .

 افتح (صفحة جديدة للإحصاء) "أحادية الأبعاد" .

 اختر (إدخال بيانات مفردة) "قيم" .

 من برنامج Excel ، افتح ملف أوزان الأطفال.xls وانسخ العمود الذي يحمل العنوان "أوزان الأطفال (lb)".

 في برنامج أوتوجراف ، انقر بزر الماوس الأيمن فوق (عمود البيانات) ثم قم باللصق . أمام (مجموعة البيانات) اختر اسم ، و(استخدام كتسمية محوس).
حتى الآن ، أدخلنا بيانات الصف فقط. لرسم مدرج تكراري ، يجب تجميع البيانات أولاً.

انقر بزر الماوس الأيمن وحدد (تجميع مجموعة البيانات) .

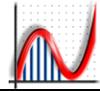
قم بتغيير (طول المجموعة) إلى ١ .

 اختر (المدرج التكراري) واختر (كثافة التكرار) .

والآن ، سنعمل على توافق التوزيع الطبيعي مع البيانات .

 اختر (إدخال توزيع احتمالي) . اختر (التوزيع الطبيعي) وانقر فوق (توافق مع البيانات) .

والآن لحساب احتمالية ولادة طفل يزن أكبر من ١٠ أرطال باستخدام هذا النموذج .



اختر (حسابات الاحتمال) ، ثم حدد (احتمال متجمع \leq) ٧,٤٧ إحصائية وزن طفل أكبر من



٧,٤٧ رطل تظهر في شريط الحالة .

انقر فوق الماسة الصفراء الصغيرة واسحبها من ٧,٤٧ إلى ١٠ .



انقر فوق (مربع نص) لعرض حسابات الاحتمال .



تتضمن ورقة بيانات أوزان الأطفال أيضاً عمر الأم وطولها ووزنها وما إذا كانت مدخنة أم لا . كما

تتضمن بعض التحقيقات الأخرى ذات الصلة ، ومنها أثر التدخين على وزن الطفل .



مخططات الانتشار

من الممكن استيراد بيانات ذات متغيرين في برنامج الأوتوجراف ؛ إلا أنه في هذا التدريب سنتعرف على كيفية إنشاء مجموعة بيانات من نقاط وسنستخدم بعد ذلك مجموعة البيانات هذه للبرهنة على أقل انحدار للربيع .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .



انتقل إلى (محاور) ، وقم بإلغاء تفعيل (عرض مفتاح الرسم) .

قم بتحرير المحاور بحيث تكون $س \geq ٠$ و $ص \geq ١٠$.



أدرج حوالي ١٠ نقاط في نموذج يبرهن على انحدار موجب .



انقر بزر الماوس الأيمن واختر (تحديد كل النقاط) . ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (تحويل إلى مجموعة بيانات) .

المتوسط هو إحدى الإحصائيات الأكثر أهمية لأي مجموعة بيانات.



حدد مجموعة البيانات ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (نقطة المركز) .



وبعد ذلك ، يمكن محاولة تمثيل مجموعة البيانات على هيئة خط .

أدرج نقطة عشوائية في أي مكان بعيداً عن مجموعة البيانات .

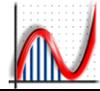


اختر النقطة العشوائية ونقطة المركز ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (خط مستقيم) .



اختر الخط ومجموعة البيانات ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (حساب التشتت لـ ص على س) . يظهر مقدار التشتت في شريط الحالة .





حاول تقليل مقدار التشتت عن طريق تحريك النقطة العشوائية . لاحظ توافق الخط مع مجموعة البيانات .

اختر مجموعة البيانات ، ثم انقر واختر (خط انحدار ص على س) . كيف يمكن مقارنة هذا بالخط الموجود ؟

أثناء الضغط على Ctrl ، انقر فوق إحدى نقاط البيانات لمعرفة تأثيرها يؤثر على مقدار التشتت .



تقريب بواسون والتقريب الطبيعي لنظرية ذات الحدين

يمكن استخدام كل من توزيع بواسون والتوزيع الطبيعي كعمليات تقريب لنظرية ذات الحدين ؛
ولكن ما القيم التي تنتمي إليها ن ول في عمليات التقريب لتكون جيدة ؟

افتح (صفحة جديدة للإحصاء) "أحادية الأبعاد" .



اختر (إدخال توزيع احتمالي) واختر (ذات الحدين) . أدخل ن = ٢٠ ول = ٠.٢٥ .



قم بتحرير المحاور بحيث تكون $٠ \leq س \leq ٣٠$ ، $٠ \leq ص \leq ١$.



إذا كانت قيمة ن كبيرة جداً وكانت قيمة ل صغيرة جداً ؛

ستكون ذات الحدين (ن ، ل) \approx بواسون (ن ل) ، ولكن ما هي جودة التقريب لقيم ن ول المختلفة ؟



انقر بزر الماوس الأيمن واختر (توزيع بواسون ملائم) .

اختر توزيع نظرية ذات الحدين ، ثم انقر فوق (تحريك كائن) . تختلف قيمة ن مع الخطوة ١



، ثم الخطوة ١٠ ، وتختلف قيمة ل مع ٠.٠٥ .

ماذا تلاحظ بشأن التقريب ؟ إلى أي قيمة من قيم ن ول يعتبر التقريب ملائماً ؟

إذا كانت قيمة ن ل ، ن (١ - ل) كبيرة بدرجة كافية في معادلة ذات حدين فإن

ذات الحدين (ن ، ل) \approx بواسون (ن ل ، ن ل (١ - ل))

فدعنا نتحقق مما تعنيه كلمة كبيرة بدرجة كافية .



انقر بزر الماوس الأيمن واختر (توزيع طبيعي ملائم) .

اختر توزيع نظرية ذات الحدين ، ثم انقر فوق (تحريك كائن) . تختلف قيمة ن مع الخطوة



١ ، ثم الخطوة ١٠ ، وتختلف قيمة ل مع ٠.٠٥ .

ماذا تلاحظ بشأن التقريب ؟ إلى أي قيمة من قيم ن ول يعتبر التقريب ملائماً ؟



نظرية النهاية المركزية

تخبرنا نظرية النهاية المركزية أنه بغض النظر عن التوزيع الأصلي ، فإن توزيع متوسطات العينات سيكون هو التوزيع الطبيعي .

افتح (صفحة جديدة للإحصاء) "أحادية الأبعاد" .



سنبدا بإنشاء بعض البيانات الناتجة عن إلقاء حجر النرد .

انقر فوق (إدخال بيانات مجمعة) وضمن (تقسيم المجموعات) اختر (أعداد صحيحة) ، ثم أدخل ١ - ٦ . وضمن (نوع البيانات) اختر (متقطعة) . وضمن (التكرارات) اختر (استخدم بيانات مفردة "قيم") ثم انقر فوق (تحرير) ، انقر فوق (اختر توزيع احتمالي) ومن (تحديد توزيع احتمالي) اختر (التوزيع الطبيعي) ، ثم أدخل ١،٠ / ١،٦ / ١،٦ / ١،٦ / ١،٦ / ١،٦ / ١،٦ / ١،٦ / ١،٦ / ١،٦ . انقر فوق (إنشاء العينة) . انقر بزر الماوس الأيمن فوق رأس العمود(س) ومن (تحرير عنوان رأس العمود) غير العنوان إلى (إلقاء حجر النرد) . ومن (عنوان رأس العمود) قم بتفعيل (استخدمه اسم لمجموعة البيانات) .



انقر على (المدرج التكراري) واختر (كثافة التكرار) .



انقر على (متوسطات العينة) .



انقر على (عينة مفردة) . سيؤدي هذا إلى إنشاء عينة بحجم ٥ من مجموعة إلقاء حجر النرد . تظهر القيم باستخدام أسهم سوداء اللون ويظهر المتوسط من خلال مربع أزرق اللون . انقر على (مسح العينات) .

انقر فوق (تكوين العينات) لإنشاء ١٠٠ عينة بحجم ٥ . يتم تسجيل جميع المتوسطات وتظهر على شكل رسم منقط .



قارن بين قيمة المتوسط لمتوسطات العينة ومتوسط مجموعة بيانات إلقاء حجر النرد . قارن أيضاً بين الانحراف المعياري لمتوسطات العينة والانحراف المعياري المقسوم على الجذر التربيعي لحجم العينة الخاص بمجموعة بيانات إلقاء حجر النرد .

انقر فوق (تكوين العينات) مرات قليلة أخرى . عند اختفاء الرسم المنقط من الصفحة ، انقر فوق (إعداد المخطط النقطي) وقم بتغيير (التباعد) إلى ٠.١ .

انقر فوق (تكوين العينات) حتى يكون متوسط العينات ٣٠٠٠ .



مقدمة عن التفاضل

- افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) . 
- انقر على (عرض بطيء للرسم البياني) . 
- أدخل المعادلة : $v = s^2 - s^3 - 1$ 
- انقر على (إيقاف مؤقت للرسم البياني) على الفور . 
- يستطيع الطلاب استخدام أداة القلم لتحديد موضع نقاط تقاطع المنحنى مع المحاور ، وماذا سيحدث للمنحنى عند القيم الكبيرة السالبة والقيم الكبيرة الموجبة لـ s ومكان القيم العظمى والقيم الصغرى والشكل العام للمنحنى ، إلخ . 
- انقر فوق (إيقاف مؤقت للرسم البياني) مرة أخرى . 
- انتقل إلى (تحرير) < (تحديد كل رسومات القلم)، ثم انقر على (حذف الكائنات) .
- من وضع (إدراج نقط) ، قف بالماوس فوق المنحنى حتى ترى سهماً أسود اللون . انقر بزر الماوس الأيسر لإدراج نقطة بالمنحنى . 
- حدد النقطة ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (مماس) . 
- ماذا يحدث للمماس عند القيم العظمى والصغرى ونقطة الإنعطاف ؟
- حدد واسحب النقطة إلى $s = -2$. 
- احسب قيمة ميل المماس واستخدم أداة القلم لتحديد نقطة على المنحنى البياني عند القيمة v . 



كرهذا الإجراء لقيم س = - ١,٥ - ١ - ٠,٥ - ٠ - ٠,٥ - ١ - ١,٥ - ٢ .

انقر على (دالة الميل "المشتقة الأولى") .

هل تمر دالة الميل عبر جميع النقاط التي قمت بتحديدتها ؟

انتقل إلى (تحرير) < (تحديد كل رسومات القلم) ، ثم انقر على (حذف الكائنات) .

انقر نقرأ مزدوجاً فوق المنحنى وقم بتغييره إلى : ص = س^٢ - أس - ١
انقر فوق (ضبط الثوابت) ، ثم قم بتعيين أ = ٣ .

ماذا سيحدث في حالة زيادة "أ" إلى ٣,١ ؟

استخدم أداة القلم لتحديد توقعك .

استخدم (ضبط الثوابت) لتغيير القيمة إلى ٣,١ .

هل هذا هو ما توقعته حدوثه ؟

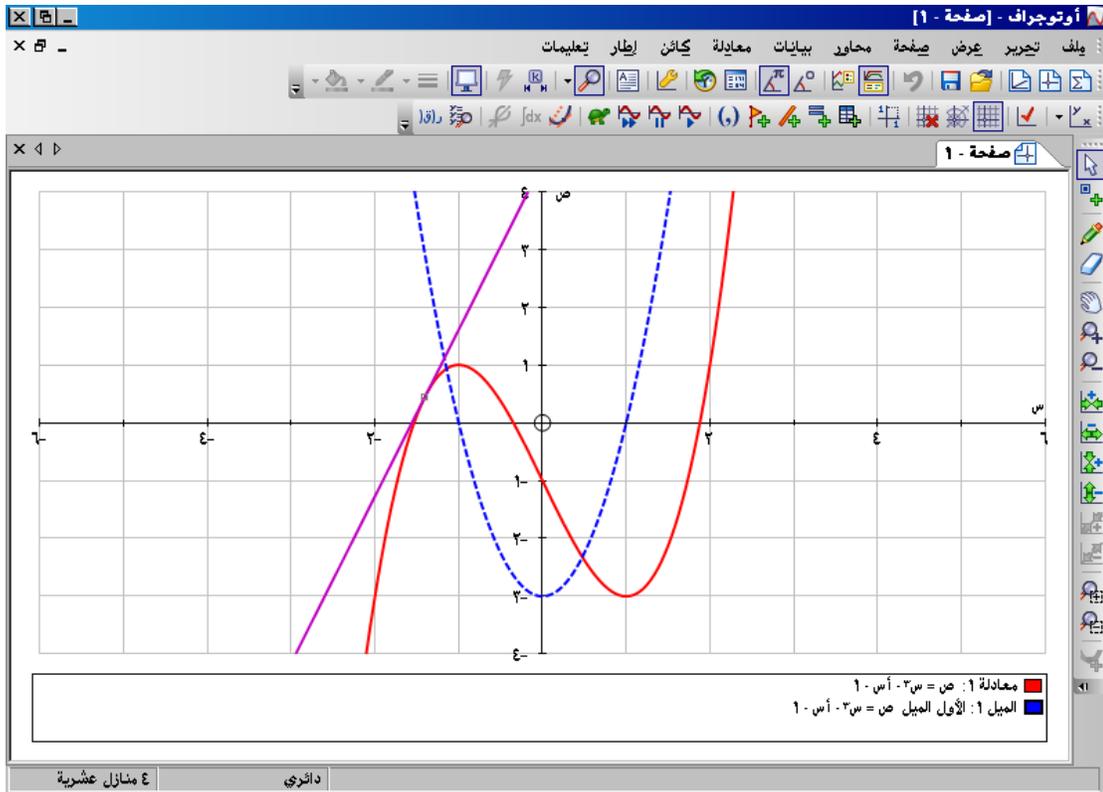
انتقل إلى (تحرير) < (تحديد كل رسومات القلم) ، ثم اضغط على (حذف الكائنات) .

ماذا سيحدث إذا كانت أ = ٠ ؟

استخدم أداة القلم لتحديد توقعك .

استخدم (ضبط الثوابت) لتغيير القيمة إلى ٠ .

هل هذا هو ما توقعته حدوثه ؟





اشتقاق الدوال المثلثية

سنبداً برسم منحنى جيب الزاوية ودالة الميل الخاصة به بالتقدير الستيني "درجات" وسوف نستخدمه كمقدمة للتعرف على التقدير الدائري "راديان".

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد).



انقر على (الزوايا بالتقدير الستيني "درجات").



أدخل المعادلة : $v = ja$ (س)



انقر على (مقاييس رسم افتراضية)



انقر على (عرض بطيء للرسم البياني)



انقر على (دالة الميل "المشتقة الأولى").



سيتم رسم (دالة الميل "المشتقة الأولى") ببطء مع التوقف عند النقاط المهمة . انقر فوق (إيقاف مؤقت للرسم البياني) للمتابعة .



هل تجد (دالة الميل "المشتقة الأولى") مفاجئة ؟ وهل تتوقع إتساع موجة جيب تمام الزاوية لتصبح ١ ؟ ، ما قيمة (دالة الميل "المشتقة الأولى") عند $s = 0$ ؟

استخدم (تكبير بمحاذاة محور ص) للتكبير عند (٠ ، ٠) .



من وضع (إدراج نقط)، قف بالماوس فوق (دالة الميل "المشتقة الأولى") حتى ترى سهماً أسود اللون . انقر بزر الماوس الأيسر لإدراج نقطة بالمنحنى .



حدد النقطة وحركها إلى $s = 0$.



قيمة ص هي ط / ١٨٠ والسبب أنها بالدرجات :



$$\left(\text{س} \right) \frac{\text{ط}}{180} = \left(\text{س} \right) \frac{\text{ء}}{\text{ءس}}$$

إذا كانت هذه تبدو مفاجئة ، ففكر في المبادئ الأولى وحاول اشتقاق (دالة الميل "المشتقة الأولى") جا (س) . ما جزء الاشتقاق هذا الذي يستند إلى س عند قياسها بالراديان ؟

انقر على  (الزوايا بالتقدير الدائري) ثم انقر على (مقاييس رسم افتراضية) لمعرفة الناتج الأكثر استخداماً .



إيجاد المساحة تحت المنحنى

كيف يمكننا حساب المساحة "أ" ضمن المنحنى ص = د(س)، بين س = أ، س = ب ؟

يمكننا تقسيم الفترة إلى فترات جزئية وتقريب كل فترة جزئية إلى مستطيل .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .

قم بتحرير المحاور بحيث $0 \leq س \leq ٨$ ، $٠ \leq ص \leq ٧$.

أدخل المعادلة : $ص = (س - ٢)^٢ + ١$

أدرج النقاط بالمنحنى عند س = ١ ، س = ٤ .

حدد النقطتين ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (حساب المساحة) ، اختر "مستطيلات (+)"
وحدد نقطة البداية ١ ونقطة النهاية ٤ وعدد الأقسام ١ .

يكون التقريب في هذه الحالة غير دقيق بالمرّة ؛ فكيف يمكننا تحسين التقريب ؟

حدد المستطيل ثم انقر فوق (تحريك العنصر) . ماذا سيحدث لتقريب المساحة في حالة زيادة عدد الأقسام إلى ٢ ؟ قم بزيادة عدد الأقسام إلى ١٠٠ ، لاحظ كيفية تحسين التقريب مع زيادة عدد المستطيلات .

هل يمكنك مشاهدة الفرق بين مجموعة المستطيلات البالغ عددها ١٠٠ والمنطقة تحت المنحنى ؟ وهل يمكننا استنتاج أنهما متماثلتان ؟

قم بالتكبير فوق أحد المستطيلات .

لذلك فإن عدد المستطيلات يحسن من التقريب ؛ إلا أن هناك خطأ . هذه نقطة جيدة لتعرف الطلاب على المعادلة :

$$م = \sum_{س=١}^٢ د(س) \Delta س$$

هل من الضروري أن نستخدم المستطيلات لاشتقاق هذه المعادلة للمساحة ؟ لا ، لقد اخترنا المستطيلات لجعل الشرح أسهل . كرر هذا التمرين الآن باستخدام (أشباه منحرفة) .



إيجاد مساحة نصف حقل مربع لرعي الغنم

يبلغ طول جانب واحد من حقل مربع الشكل ١ م ، وأحد الأغنام مربوطة بمنتصف هذا الضلع فما طول الحبل الذي يسمح للماعز بالرعي بمقدار نصف الحقل ؟ فيما يلي طريقة رقمية لحل هذه المسألة .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .



قم بتحرير المحاور - $1 \geq س \geq 1$ ، $0 \geq ص \geq 1,5$ ، و قم بتعيين مقدار التحريك يساوي



٠,١

اختر (وضع تساوي الأبعاد) .



أدرج النقاط بالإحداثيات $(-1, 0, 5)$ ، $(1, 0, 5)$ ، $(1, 0, 5)$ ، $(0, 0, 5)$ ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (تجميع للشكل) .



ما المعادلة التي تصف الحد الأقصى لطول الحبل ؟



أدخل المعادلة : $س^2 + ص^2 = ر^2$



حدد المنحنى ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (حساب المساحة) . حدد قاعدة سمبسون و قم بتعيين نقطة البداية إلى - ٠,٥ ونقطة النهاية إلى ٠,٥ وعدد الأقسام إلى ٥٠ .



حدد المساحة (قد تحتاج إلى النقر مرتين حيث يتم تحديد المربع أولاً) ، ثم اختر مربع نص .



استخدم ضبط الثوابت لتغيير قيمة "ر" حتى تكون قيمة المساحة ٠,٥ . يجب تقليل مقدار التغيير للحصول على إجابة أكثر دقة . لتحسين الدقة ، انتقل إلى (صفحة) < (تحرير الإعدادات) < و قم بتغيير (عدد المنازل العشرية إلى ٨) .



هل الإجابة كما توقعت ؟ هل يمكنك حل المسألة بالمعادلات الجبرية ؟ (قد تجد أنك بحاجة إلى الرجوع إلى الطرق العددية في نهاية الأمر) .



حجم الدوران

يمكن تطبيق الأفكار التي تعلمناها في حساب المساحة على حجم الدوران . لنفرض أن المنطقة ضمن المنحنى $v = d(s)$ بين $s = a$ ، $s = b$ يتم دورانها حول المحور s لتكوين شكل مصمت . فما حجم هذا الشكل المصمت ؟ وكيف يمكننا تقريب حجمه ؟

افتح (صفحة جديدة لرسم ثلاثي الأبعاد) .

قم بتحرير المحاور بحيث $s \geq 0$ ، $v \geq 0$ ، $e \geq 0$.

أدخل المعادلة : $v = (s-2)^2 + 1$

ثم فعل (رسم ثنائي الأبعاد) "للإحداثيات المتعامدة فقط" في مربع حوار إدخال المعادلة .

اختر (منظور ثنائي س-ص) ، ستحتاج للنقر على السهم الأسود الصغير الموجود على يمين

الشكل (.)

حدد المنحنى ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (حساب المساحة) . حدد "مستطيلات (+)" وحدد نقطة البداية 1 ونقطة النهاية 4 وعدد الأقسام 1 .

انقر على (عرض بطيء للرسم البياني) .

حدد المساحة ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (حساب الحجم) .

ما نوع الشكل الذي يتم رسمه ؟ وما حجم هذا الشكل ؟

انقر واسحب لتحريك الشكل في حول نفسه في عدة اتجاهات .

حدد الاسطوانة وانقر على (تحريك كائن) ، اختر (الأقسام) من القائمة المنسدلة . قم بزيادة عدد الأقسام إلى 100 . لاحظ كيفية تحسين التقريب في الحجم مع زيادة عدد الأسطوانات .

هذه نقطة جيدة لتعرف الطلاب على المعادلة :

$$V = \int_a^b \pi r^2 ds$$



الدالة الأسية

افتح صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد .



أدخل المعادلة : $v = a^x$



انقر فوق (ضبط الثوابت) ثم قم بتعيين $a = 2$.

استخدم (س-Alt) لكتابة a^x .

انقر على (عرض بطيء للرسم البياني) .



انقر على (دالة الميل "المشتقة الأولى") .



انقر فوق (إيقاف مؤقت للرسم البياني) على الفور .



أدرج نقطة على المنحنى ، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (مماس) .



استخدم أداة القلم لتحديد قيمة المماس عند $s = -2$ ، -1 ، 0 ، 1 ، 2 .



انقر فوق (إيقاف مؤقت للرسم البياني) مرة أخرى .



معادلة ميل المماس هي $v = a^x \ln a$ ، بحيث تمر عبر المحور ص عند $v = \ln a$.

أدخل المعادلة : $v = \ln a$



استخدم (ضبط الثوابت) لتغيير قيمة " a " .



قم بالتكبير لتغيير قيمة " a " حتى تقع دالة ميل المماس على نقطة الأصل .



ما قيمة " a " مقرباً حتى أربعة منازل عشرية ؟

انقر فوق (مقاييس رسم افتراضية) .



ما قيمة $\ln a$ (a) بالنسبة لقيمة " a " ؟

قم بتعيين $a = e$ في ضبط الثوابت .





القذيفة البشرية

- افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .
- انقر على (الزوايا بالتقدير الستيني "درجات") .
- انقر بزر الماوس الأيمن واختر (إدراج صورة) ، ثم حدد القذيفة البشرية .
- انقر نقرًا مزدوجاً على الصورة ، وقم بإلغاء تفعيل (ربط مقياس رسم الصورة بمقياس رسم المحاور) ، ثم قم بزيادة (الشفافية) إلى ٥٠٪ .
- اسحب الصورة بحيث تكون فوهة المدفع على المحورس عند نقطة الأصل
- أدخل المعادلتين : $x = (u \cos \alpha)t$ ، $y = (u \sin \alpha)t - gt^2/2 + h$
- أو $s = (ش جتا ق) ر$ ، $ص = (ش جتا ق) ر - أ ر^2 / ٢ + ح$
- مع العلم أن : $أ = g$ ، $ح = h$ ، $ر = t$ ، $ش = u$ ، $ق = \alpha$
- انقر فوق (ضبط الثوابت) وقم بتعيين $g = 9.8$ ، $u = 1$ ، $\alpha = 30$.
- انقر فوق (خيارات بدء التشغيل) وقم بتعيين :
- س- بداية = ١ ، س- نهاية = ٢ ، س- مقدار التغير = ٠.٠١
- حدد القطع المكافئ وانقر فوق (مربع نص) ، ثم قم بتفعيل (عرض مفصل) .
- استخدم (ضبط الثوابت) لتغيير قيم h و u و α حتى يتطابق المنحنى مع مسار القذيفة البشرية.
- حدد المنحنى، ثم انقر بزر الماوس الأيمن واختر (تحرير خيارات الرسم) . قم بتغيير (النمط) إلى (متقطع) وقم بتغيير (السمك) إلى ٦ نقطة .
- انقر على (عرض بطيء للرسم البياني) .
- انقر فوق (إيقاف مؤقت للرسم البياني) .



السرعة النهائية

تتزايد قوة الاحتكاك مع الهواء على جسم ساقط بزيادة سرعته . ويمكن أن يصل الجسم إلى السرعة النهائية عندما تتساوى قوة الاحتكاك مع الهواء مع وزن الجسم الناتج عن الجاذبية الأرضية ؛ بحيث تكون محصلة القوى تساوي الصفر .

افتح (صفحة جديدة لرسم ثنائي الأبعاد) .



قم بتحرير المحاور بحيث $s \geq 0$ ، $t \geq 0$ ، $v \geq 0$.



من علامة التبويب (تسمية) بمربع نص تحرير إعدادات المحاور ، قم بتغيير المتغير الأفقي إلى " z " والمتغير العمودي إلى " ع " . ثم قم بتغيير التسميات إلى " الزمن (ث) " ، " السرعة (م/ث) " على التوالي . ومن علامة التبويب (المظهر) ومن (سمات) اختر (ورقة رسم بياني) .

أدخل المعادلة : $-m\dot{v} = mg - kv^n$



أو - ك ت = ك ج - أ عⁿ

انقر على (ضبط الثوابت) ثم قم بتعيين $m = 80$ ، $n = 2$ ، $g = 9.8$

استخدم (Alt-n) لكتابة عⁿ

يتم رسم مجال منحدر يمثل تدرج الحلول لهذه المسألة . ونحن نحتاج بالنسبة لحل معين إلى شرط مبدئي أو شرط نهائي . سنبدأ بافتراض أن السرعة الابتدائية هي صفر .

انقر على (عرض بطيء للرسم البياني) .



انقر على النقطة حيث $v = 0$.

والآن جرب استخدام شروط ابتدائية مختلفة ، ماذا يحدث عندما تكون السرعة الابتدائية أكبر من السرعة النهائية ؟



انقر نقرًا مزدوجاً فوق المعادلة ومن (خيارات بدء التشغيل) اختر من إعدادات المعادلة (إعدادات "يدوي"، ثم أعطي قيم لبداية النقطة ونهايتها، انقر فوق محور ص .

استخدم (ضبط الثوابت) للتحقق من أثر كل من n ، k . 

